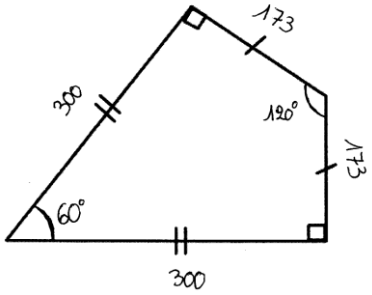
Corrigé du brevet blanc décembre 2023

Exercice 1 (12 points)

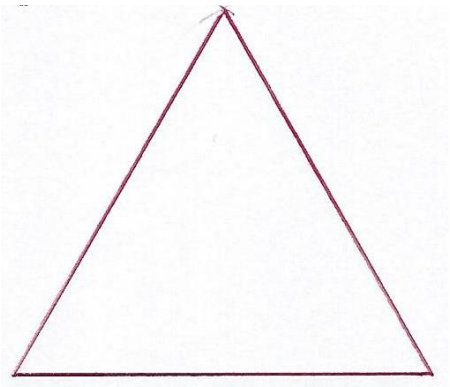
La figure ci-contre est un cerf-volant



Essya, Nicolas et Tiago souhaitent construire cette figure à l'aide d'un logiciel de programmation
Ils écrivent tous un programme « Cerf-volant » différent. L'unité est le pas.

Programme de Essya	Programme de Nicolas	Programme de Tyago
définir Cerf-volant Avancer de 300 pas tourner de 90 degrés Avancer de 173 pas tourner de 60 degrés Avancer de 173 pas tourner de 90 degrés Avancer de 300 pas	définir Cerf-volant Avancer de 300 pas tourner de 120 degrés Avancer de 300 pas tourner de 120 degrés Avancer de 300 pas	définir Cerf-volant Avancer de 173 pas tourner de 60 degrés Avancer de 300 pas tourner de 90 degrés Avancer de 173 pas tourner de 120 degrés Avancer de 300 pas

1. (Sur 4 points) Tracer, sur votre copie double, la figure obtenue par le programme « Cerf-Volant » de Nicolas, en prenant 1cm pour 50 pas.

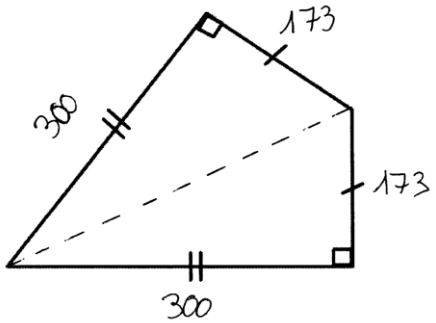


2. (Sur 2 points) Un élève a écrit le script correct. Donner le nom de cet élève.

Il s'agit d'Essya.

3. (Sur 2 points) Compléter, sur cette feuille, le programme scratch ci-dessous afin de dessiner un cerf-volant trois fois plus grand.

4. (Sur 4 points) Calculer l'aire du cerf-volant



Ce cerf-volant est constitué de 2 triangles rectangles identiques. Du coup,

$\mathcal{A}_{\text{CERF-VOLANT}} = 2 \times \mathcal{A}_{\text{TRIANGLE RECT.}}$

$$= 2 \times \frac{300 \times 173}{2} = 51\,900 \text{ pas}^2$$

Exercice 2 : (15 points)

Une collectionneuse compte ses cartes Pokémon afin de les revendre. Elle possède 252 cartes de type « feu » et 156 cartes de type « terre ».

1. (Sur 2 points) Parmi les trois propositions suivantes, laquelle correspond à la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 252 :

Proposition 1	Proposition 2	Proposition 3
$2^2 \times 9 \times 7$	$2 \times 2 \times 3 \times 21$	$2^2 \times 3^2 \times 7$

Il s'agit de la proposition n°3.

2. (Sur 3 points) Donner la décomposition en produit de facteurs premiers du nombre 156.

$156 = 4 \times 39$
$= 2 \times 2 \times 3 \times 13$
$= 2^2 \times 3 \times 13$

3. Elle veut réaliser des paquets identiques, c'est-à-dire contenant chacun le même nombre de cartes « terre » et le même nombre de cartes « feu » en utilisant toutes ses cartes.

a) (Sur 3 points) Peut-elle faire 36 paquets ? Justifier.

$156 \div 36 \approx 4{,}3$. Il n'est donc pas possible de constituer 36 paquets dans les conditions indiquées par l'énoncé.

b) (Sur 5 points) Quel est le nombre maximum de paquets qu'elle peut réaliser ? Justifier.

On cherche à réaliser un <u>maximum</u> de paquets <u>identiques</u> en utilisant <u>toutes les cartes</u>. Le nombre de paquets réalisés dans ces conditions correspond donc au PGCD du nombre de cartes « feu » et du nombre de cartes « terre ».

$252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$
$156 = 2 \times 2 \times 3 \times 13$ **Ainsi, PGCD(252 ; 156) = $2 \times 2 \times 3 = 12$.**

On pourra donc constituer 12 paquets en respectant ces conditions.

c) (Sur 2 points) Combien de cartes de chaque type contient alors chaque paquet ?

$252 \div 12 = 21$ et $156 \div 12 = 13$. Chaque paquet sera donc constitué de 21 cartes de type « feu » et de 13 cartes de type « terre ».

Exercice 3 : (9 points)

1. (Sur 2 points) Sans faire de calcul, expliquer pourquoi la fraction $\frac{3780}{3960}$ n'est pas irréductible.

3780 et 3960 finissent tous deux par 0, donc ils sont tous deux divisibles par 10. $\frac{3\,780}{3\,960}$ est donc au minimum simplifiable par 10. Elle n'est donc pas irréductible.

2. (Sur 4 points) Décomposer en produits de facteurs premiers 3780 et 3960.

$$\begin{aligned} 3\,780 &= 378 \times 10 \\ &= 6 \times 63 \times 5 \times 2 \\ &= 2 \times 3 \times 9 \times 7 \times 5 \times 2 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2 \\ &= 2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7 \end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned} 3\,960 &= 66 \times 60 \\ &= 6 \times 11 \times 6 \times 10 \\ &= 3 \times 2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \\ &= 3 \times 2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2 \\ &= 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11 \end{aligned}$$

3. (Sur 3 points) Rendre irréductible $\frac{3780}{3960}$ en détaillant les étapes.

$$\frac{3\,780}{3\,960} = \frac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2}{3 \times 2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2} = \frac{3 \times 7}{11 \times 2} = \frac{21}{22}$$

Exercice 4 : (17 points)

Lya passe la journée dans un parc aquatique.
Elle y trouve une cabane dans un chêne d'où part une tyrolienne qui mène au-dessus d'une piscine. Le câble de la tyrolienne relie la cabane au pied d'un peuplier situé juste derrière la piscine.

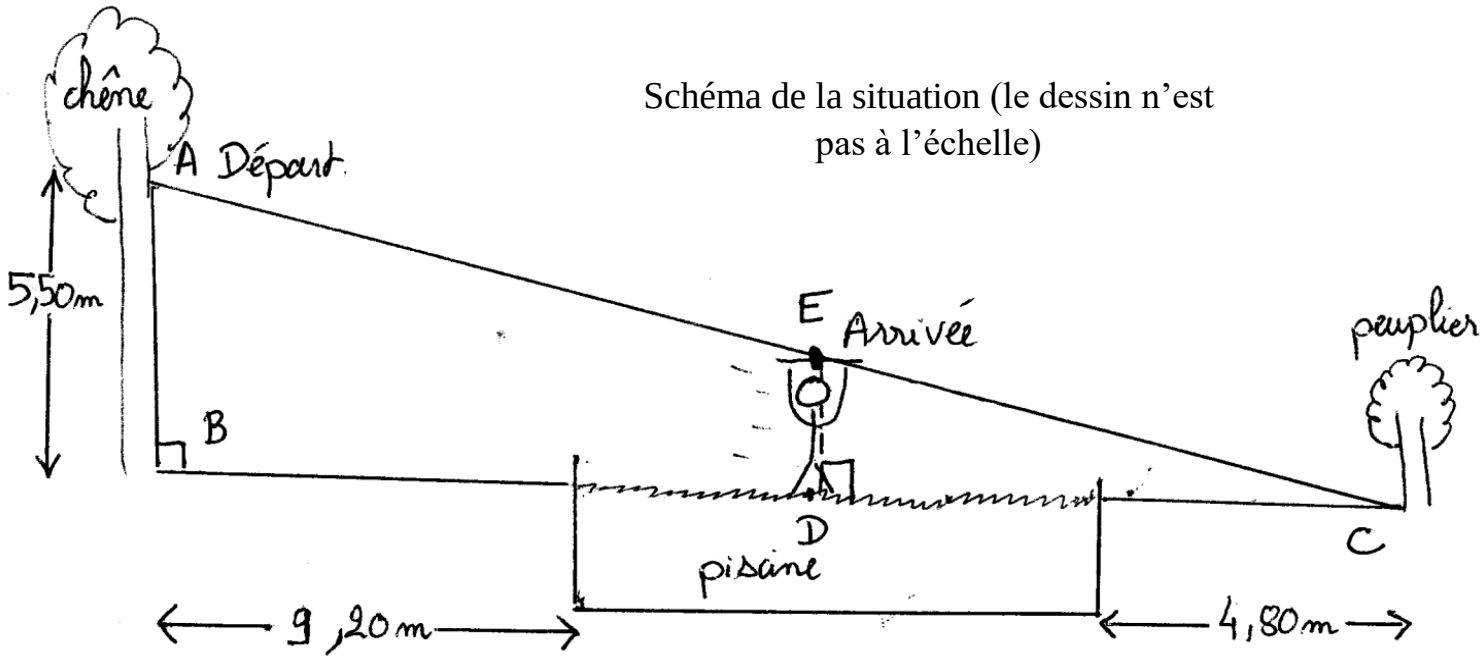


Schéma de la situation (le dessin n'est pas à l'échelle)

La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle de longueur 6 m, largeur 6 m et profondeur 1,60 m.
Lorsque Lya est suspendue à la tyrolienne, corps et bras tendus, elle mesure exactement 1,50 m.

1. (Sur 2 points) Vérifier par un calcul que BC = 20 m.

BC = 9,20 + 6 + 4,80 = 20 m.

2. (Sur 5 points) Déterminer la longueur AC, en mètres, de câble nécessaire. Arrondir à l'unité.

On sait que ABC est rectangle en B. On peut donc appliquer le théorème de Pythagore, ce qui donne :

$$\begin{aligned} AC^2 &= AB^2 + BC^2 \\ &= 5{,}5^2 + 20^2 \\ &= 30{,}25 + 400 = 430{,}25 \end{aligned}$$

Donc, $AC = \sqrt{430{,}25} \approx 21$ m.

3. (Sur 2 points) Justifier le parallélisme entre (AB) et (ED).

(AB) et (ED) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (BC), donc elles sont parallèles entre elles.

4. (Sur 5 points) Lya est suspendue à la tyrolienne verticalement. À quelle distance DC du peuplier, en mètres, les pieds de Lya toucheront-ils l'eau de la piscine ? Arrondir au centième.

On sait que : - (AC) et (BC) sont sécantes en C.
- (AB) // (ED)
Donc, on peut appliquer le théorème de Thalès, ce qui donne :

$$\frac{CD}{CB} = \frac{CE}{CA} = \frac{ED}{AB} \text{ ce qui donne : } \frac{CD}{20} = \frac{CE}{CA} = \frac{1,5}{5,5}. \text{ Donc, } CD = \frac{20 \times 1,5}{5,5} \approx 5,45 \text{ m.}$$

5. (Sur 3 points) Calculer le volume de la piscine en m^3.

Rappel : Le volume d'un parallélépipède rectangle est V = Longueur × largeur × hauteur.

On considère la piscine comme étant un parallélépipède rectangle.

On a $\mathcal{V}_{PISCINE} = L \times l \times h$
$= 6 \times 6 \times 1,6$
$= 57,6 \text{ m}^3$.

Exercice 5 : (14 points)

Environ 780×10^9 sacs de plastiques ont été utilisés en 2022 par les 65×10^8 habitants de la planète.
Cette même année les $0,061 \times 10^9$ français ont consommé en moyenne 350 sacs par habitant.

1) (Sur 6 points) Donner l'écriture scientifique du nombre de sacs plastiques utilisés en 2022, du nombre d'habitants de la planète ainsi que du nombre de français.

<u>Sacs plastiques</u> : $780 \times 10^9 = 7,8 \times 10^{11}$.

<u>Habitants de la planète</u> : $65 \times 10^8 = 6,5 \times 10^9$.

<u>Nombre de français</u> : $0,061 \times 10^9 = 6,1 \times 10^7$.

2) a) (Sur 3 points) Calculer le nombre de sacs plastiques utilisés en moyenne par un habitant de la planète en 2022.

$$\text{Moyenne sacs par habitants} = \frac{\text{Nombre de sacs plastiques consomés en 2022}}{\text{Nombre d'habitants sur Terre en 2022}} = \frac{7,8 \times 10^{11}}{6,5 \times 10^9} = 120.$$

En moyenne, un habitant de la Terre a consommé 120 sacs en 2022.

b) (Sur 2 points) Comparer ce résultat avec le nombre de sacs utilisés par un français.

$$\frac{\text{Moyenne française de sacs par habitant}}{\text{Moyenne mondiale de sacs par habitant}} = \frac{350}{120} \approx 3.$$

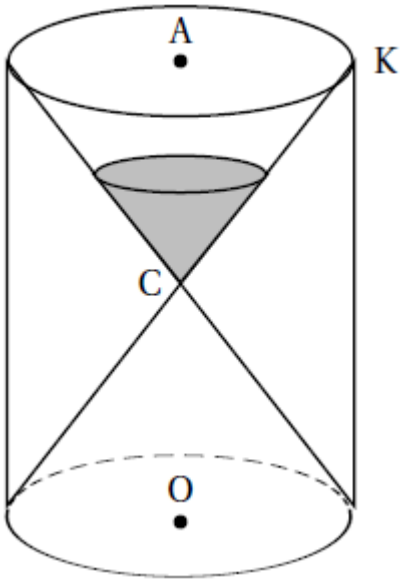
En 2022, les français ont consommé environ 3 fois plus de sacs qu'un habitant de la Terre.

3) (Sur 3 points) Calculer le nombre de sacs plastiques utilisés en France en 2022. Vous donnerez le résultat sous forme d'écriture scientifique.

Nombre de sacs plastiques en France en 2022 $= 350 \times 6,1 \times 10^7$
$= 2\,135 \times 10^7$
$= 2,135 \times 10^{10}$

Exercice 6 : (13 points)

On considère un sablier composé de deux cônes identiques de même sommet C et dont le rayon de la base est AK = 1,5 cm. Pour le protéger, il est enfermé dans un cylindre de hauteur 6 cm et de même base que les deux cônes.



1) On note V le volume du cylindre et V_1 le volume du sablier. Tous les volumes seront exprimés en cm^3.

Rappels : La formule du volume du cône est : $\frac{aire\ de\ la\ base \times la\ hauteur}{3}$

La formule du volume d'un cylindre est : $aire\ de\ la\ base \times la\ hauteur$

a) (Sur 3 points) Montrer que la valeur exacte du volume V du cylindre est $13{,}5\pi\ cm^3$

$$V = \mathcal{A}_{BASE} \times Hauteur$$
$$= \pi \times Rayon^2 \times Hauteur$$
$$= \pi \times AK^2 \times Hauteur$$
$$= \pi \times 1{,}5^2 \times 6$$
$$= 13{,}5\pi\ cm^3$$

b) (Sur 3 points) Montrer que la valeur exacte de V_1 est $4{,}5\pi\ cm^3$.

$$V_1 = \frac{\mathcal{A}_{BASE} \times Hauteur}{3} \times 2 \text{ (Car il y a 2 cônes)}$$
$$= \frac{\pi \times Rayon^2 \times Hauteur}{3} \times 2$$
$$= \frac{\pi \times AK^2 \times AC}{3} \times 2$$
$$= \frac{\pi \times 1{,}5^2 \times 3}{3} \times 2$$
$$= 4{,}5\pi\ cm^3$$

c) (Sur 3 points) Quelle fraction du volume du cylindre, le volume du sablier occupe-t-il ? On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$\frac{V_1}{V} = \frac{4{,}5\pi}{13{,}5\pi} = \frac{1}{3}.$$ **Le sablier occupe $\frac{1}{3}$ de l'espace du cylindre.**

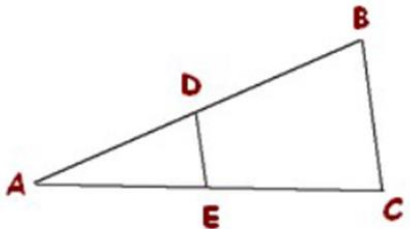
2) (Sur 5 points) On a mis 6 cm^3 de sable dans le sablier.
Sachant que le sable va s'écouler d'un cône à l'autre avec un débit de 240 cm^3/h, quel temps sera mesuré par ce sablier ? Exprimer ce temps en minutes et en secondes.

$$Temps = \frac{Volume\ de\ sable}{Débit} = \frac{6}{240} = 0{,}025 \text{ heures.}$$

0,025 h × 60 = 1,5 min.
0,5 min × 60 = 30 sec. **Le sable dans le sablier s'écoule en 1 minute et 30 secondes.**

Exercice 7 : (6 points)

L'aire du triangle ABC est de 36 m².
Les points D et E sont les milieux respectifs de [AB] et [AC]
Le triangle ADE est une réduction du triangle ABC



1) (Sur 3 points) Quel est le coefficient de réduction ?

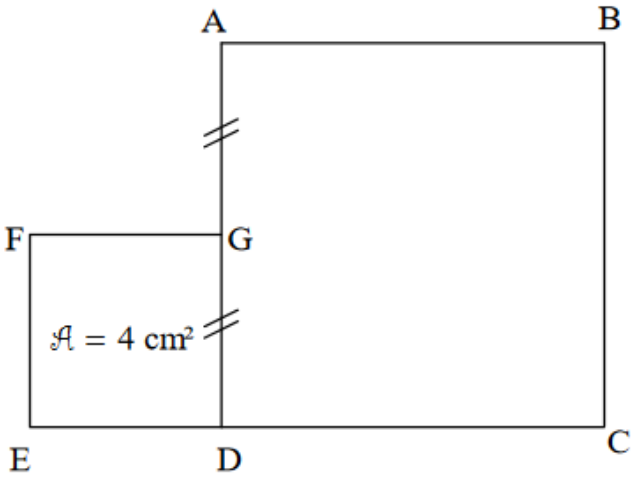
ADE est une réduction du triangle ABC.

Soit k, le rapport de cette réduction. $k = \frac{AD}{AB} = \frac{1}{2}$ car D est le milieu de [AB]

2) (Sur 3 points) Quelle est l'aire de ADE ?

$$\mathcal{A}_{ADE} = \mathcal{A}_{ABC} \times k^2$$
$$= 36 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$
$$= 9 \text{ m}^2$$

Exercice 8: (15 points) Indiquer **sur votre copie** le numéro de la question et la réponse correspondante.

		Réponse A	Réponse B	Réponse C
Question 1 (Sur 3 points)	$\frac{5^7 \times 5^3}{5^2} =$	5^{13}	5^5	5^8
Question 2 (Sur 3 points)	$\frac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} =$	$(-2)^{-3}$	$(-2)^3$	2^{-3}
Question 3 (Sur 3 points)	Citez trois diviseurs de 84	84; 168 *et* 252	2; 3 *et* 4	2; 5 *et* 7
Question 4 (Sur 3 points)	Combien vaut la somme des 2 aires de ABCD et DEFG ? 	12cm²	16 cm²	20 cm²
Question 5 (Sur 3 points)	En soufflant dans un ballon de baudruche sphérique, son diamètre est multiplié par 4. Par quel nombre est multiplié son volume ?	4	8	64