# Devoir commun 3° du 14/02/2025 : Corrigé

**Exercice 1** : QCM (15 points)

Question 1 : **Réponse A** : Lorsque x = - 4, l'expression devient : $(-4)^2 + 3 \times (-4) + 4 = 16 - 12 + 4 = 8$

Question 2 : **Réponse B** : Le produit de 18 facteurs tous égaux à -8 s'écrit $\underbrace{(-8) \times (-8) \times \ldots \times (-8)}_{\text{18 fois}} = (-8)^{18}$

Question 3 : **Réponse C** : Prendre le double d'un nombre revient à le multiplier par 2, ainsi le double de $2^{400}$ est égal à $2 \times 2^{400} = 2^1 \times 2^{400} = 2^{401}$.

Question 4 : **Réponse B** : $1\,150\,000\,000 = 1{,}15 \times 1\,000\,000\,000 = 1{,}15 \times 10^9$

Question 5 : **Réponse A** : $\dfrac{1}{(-2) \times (-2) \times (-2)} = \dfrac{1}{(-2)^3} = (-2)^{-3}$

**Exercice 2 :** (8 points)

$A = \dfrac{5}{2} - \dfrac{15}{6} \times \dfrac{21}{25}$

$A = \dfrac{5}{2} - \dfrac{15 \times 21}{6 \times 25}$

$A = \dfrac{5}{2} - \dfrac{3 \times 5 \times 3 \times 7}{2 \times 3 \times 5 \times 5}$

$A = \dfrac{5 \times 5}{2 \times 5} - \dfrac{21}{10}$

$A = \dfrac{25}{10} - \dfrac{21}{10}$

$A = \dfrac{4}{10} = \dfrac{2 \times 2}{5 \times 2} = \dfrac{2}{5}$

$B = (\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{4}) \div \dfrac{2}{3}$

$B = (\dfrac{2 \times 4}{3 \times 4} + \dfrac{3 \times 3}{4 \times 3}) \div \dfrac{2}{3}$

$B = (\dfrac{8}{12} + \dfrac{9}{12}) \times \dfrac{3}{2}$

$B = \dfrac{17}{12} \times \dfrac{3}{2}$

$B = \dfrac{17 \times 3}{12 \times 2}$

$B = \dfrac{17 \times 3}{3 \times 4 \times 2} = \dfrac{17}{8}$

**Exercice 3 :** (9 points)

**1.** 3 780 et 3 960 terminent tous deux par un zéro, ils sont donc tous deux divisibles par 10.
La fraction $\dfrac{3\,780}{3\,960}$ est donc simplifiable (non irréductible).

**2.**
$3\,780 = 378 \times 10$
$= 6 \times 63 \times 5 \times 2$
$= 2 \times 3 \times 9 \times 7 \times 5 \times 2$
$= 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2$
$= \mathbf{2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7}$

et

$3\,960 = 66 \times 60$
$= 6 \times 11 \times 6 \times 10$
$= 3 \times 2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2$
$= 3 \times 2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2$
$= \mathbf{2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11}$

**3.** $\dfrac{3\,780}{3\,960} = \dfrac{2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 5 \times 2}{3 \times 2 \times 11 \times 3 \times 2 \times 5 \times 2} = \dfrac{3 \times 7}{11 \times 2} = \dfrac{21}{22}$

**Exercice 4 :** (15 points)

**1)** 2 + 1 + 0 = 3, donc la somme des chiffres du nombre 210 est égal à 3 qui est divisible par 3 .
Donc, 210 est divisible par 3

**2)** $210 = 21 \times 10$
$= 3 \times 7 \times 2 \times 5$

**3)** Voici la liste de l'ensemble des diviseurs de 210 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 7 ; 10 ; 14 ; 15 ; 21 ; 30 ; 35 ; 42 ; 70 ; 105 ; 210.

**4) a)** $210 \div 12 = 17{,}5$ qui n'est pas un nombre entier. Il n'est donc pas possible de concevoir des étiquettes de 12 cm de côté.

**b)** $60 \div 30 = 2$
$210 \div 30 = 7$ De plus, $2 \times 7 = 14$.
Il pourra découper 14 étiquettes (2 sur la largeur et 7 sur la longueur).

**c)** On sait que $210 = \mathbf{3} \times 7 \times \mathbf{2} \times \mathbf{5}$, de plus, $60 = \mathbf{2} \times 2 \times \mathbf{3} \times \mathbf{5}$

Donc, PGCD(210 ; 60) = $\mathbf{3 \times 2 \times 5} = 30$.

Etant donné que le libraire cherche à découper des étiquettes carrées, donc dont les côtés sont **identiques**, qu'il cherche à savoir quelle est **la plus grande mesure** pour les côtés et qu'il souhaite utiliser **toute la feuille**, la mesure des côtés de telles étiquettes correspondra au **PGCD** ainsi trouvé, c'est-à-dire 30 cm.
Il ne peut donc pas découper d'étiquette ayant une longueur supérieure à 30cm.

**Exercice 5 :** (6 points)

**1)** le coefficient d'agrandissement est de $k = \frac{7}{5} = 1{,}4$

**2)** L'aire de la figure 2 est donc de $35 \times \left(\frac{7}{5}\right)^{2} = 68{,}6\ cm^2$

**Exercice 6 :** (9 points)

**1)** $F_3$ est l'image de $F_1$ par l'homothétie de centre O et de rapport 3.

**2)** $F_5$ est l'image de $F_2$ par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.

**3)** $F_2$ a une aire 4 fois plus grande que $F_1$ car le coefficient d'agrandissement pour les longueurs est de 2, donc les aires sont multipliées par $2^2=4$.
$F_6$ est également dans ce cas-là (car le coefficient d'agrandissement pour les longueurs est de 2 avec $F_1$ également).

**Exercice 7 :** (11 points)

**1)** Les droites (AE) et (BD) sont toutes deux perpendiculaires à la même droite (EC), donc elles sont parallèles.

**2)** On sait que :
- Les point $C, D, A$ d'une part et $C, B, E$ d'autre part sont alignés
- Les droites $(AE)$ et $(BD)$ sont parallèles

Donc d'après la propriété de Thalès on a : $\frac{CD}{CE} = \frac{CB}{CA} = \frac{DB}{EA}$ d'où $\frac{CD}{6} = \frac{CB}{CA} = \frac{1{,}1}{1{,}5}$

Ainsi, $CD = \frac{1{,}1 \times 6}{1{,}5} = 4{,}4$ m.

**3)** Les points E, D et C sont alignés dans cet ordre donc : $ED = EC - DC$
$= 6 - 4{,}4 = 1{,}6$ m.

**4)** La fillette mesure 1,10 m, soit pareil que [BD]. Ainsi, toute personne mesurant 1,10 m ou moins situé plus proche de la camionnette que le segment [BD], ne pourra pas être visible du conducteur. Or, c'est le cas de la fillette qui se situe à 1m40 de la camionnette (Le point D lui, se situant à 1m60)

**<u>Exercice 8</u> :** (15 points)

**1)** Le triangle BCD est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore on a :

$CD^2 = BC^2 + BD^2$

$8{,}5^2 = 7{,}5^2 + BD^2$

$72{,}25 = 56{,}25 + BD^2$

$BD^2 = 72{,}25 - 56{,}25 = 16$

Donc, $BD = \sqrt{16} = 4$ cm.

**2)** $\mathcal{A}_{BCD} = \dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \dfrac{BC \times BD}{2} = \dfrac{7{,}5 \times 4}{2} = 15 \text{ cm}^2.$

L'aire du triangle BCD est égale à 15 cm².

**3)** Dans le triangle BCD, le plus grand côté est [BC]. C'est donc son hypoténuse éventuelle.
On calcule séparément :

<u>D'une part</u> : $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$

<u>D'autre part</u> : $AC^2 + AB^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$

Donc $\color{red}{\mathbf{BC^2 = AC^2 + AB^2}}$

Ainsi, d'après la réciproque du théorème de Pythagore on déduit que le triangle ABC est rectangle en A. Sophie a donc raison.

**4)** Reprendre les longueurs en se servant de la règle graduée et du compas.
<u>Important</u> : Ne pas oublier de laisser les traits de compas apparent.

**<u>Exercice 9</u> :** (12 points)

**1)** La piscine a la forme d'un parallélépipède rectangle, ainsi :

$$\mathcal{V}_{PISCINE} = L \times l \times H = 10 \times 4 \times 1{,}2 = 48 \text{ m}^3.$$

**2)** En 4 heures, la pompe en question serait capable de vider 56 $m^3$ d'eau (car 4 × 14 = 56). Or, cette piscine ne contient que 48 $m^3$. Elle sera donc vidée complètement en moins de 4 heures.

**3)** <u>Surface à repeindre</u> : 4 × 10 + 2 × 4 × 1,2 + 2 × 10 × 1,2 = 40 + 9,6 + 24 = 73,6 m²

Comme il faut prévoir deux couches, la surface sera de : 2 × 73,6 = 147,6 m².

On sait qu'un litre recouvre une surface de 6 m², donc 3 litres (1 seau) recouvrent une surface de 18 m² (3 × 6 = 18).

Or, 147,2 ÷ 18 ≈ 8,2. Ainsi, pour recouvrir 147,2 m², il faudra 9 seaux (8 ne suffiraient pas).

Enfin, on sait qu'un seau coûte 69,99 euros, **<u>donc les 9 seaux vont coûter 629,91 €</u>**, car 9 × 69,99 = 629,91.